

## VI 年輪気象法に関する研究

### A 年輪データと気象データ

#### 1 古気候再現法とデータの検討

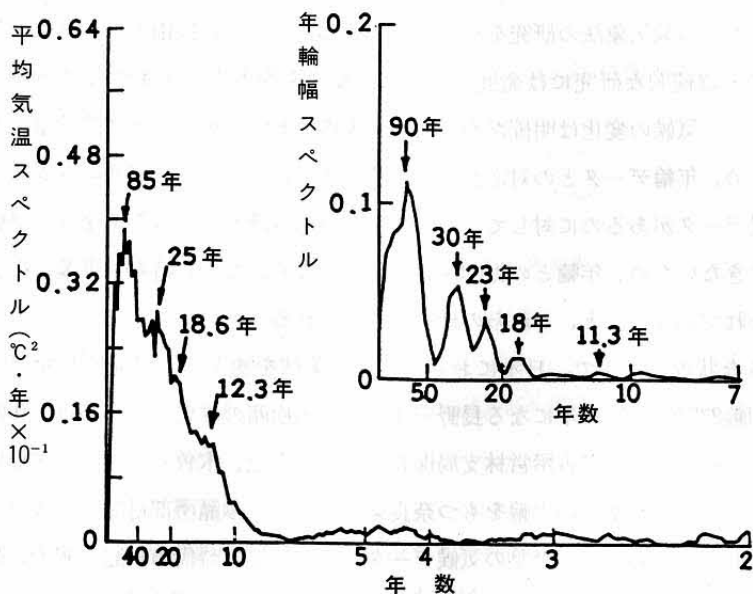
生物の成長に気候が大きな影響を及ぼしていることは異論のないところである。とくに、樹木の成長過程は気候と強い相関のあることが判明しており、樹木の年輪幅の変動から過去の気候を再現しようとする試みがなされている。この研究は年輪気象法と呼ばれ、古年輪学の一分野になっている。その研究の歴史は古く、すでに20世紀のはじめ、古年輪学の創始者ダグラスがこの分野の研究手法を確立している [Douglass 1919]。

年輪の形成には、春から秋にかけての気候条件が大きく影響をあたえる。これまでの研究の成果によれば、年輪の幅は、高緯度地方では気温、低緯度乾燥地方では降水量と良い相関を有することが認められている。一応そのメカニズムは、気候が樹木の成長に最適の年は木部の細胞がよく分裂し、年輪幅が広くなり、逆に寒冷や乾燥といった気候の悪い条件下では、細胞分裂の速度が低下し、年輪幅が狭くなるためとされている。G. シレンはラップランド地方の年輪幅変動のスペクトルとイギリス・グリニッジにおける1659年から1973年の4月～9月の平均気温のスペクトルとを比較しているが、両者の卓越周期はよく対応しており、年輪幅の成長がかなり広い範囲の気候変動に大きく依存していることがわかる (図VI-1)。

年輪幅によって気候変動の特性を抽出する研究をおこなうためには、一般的にはつぎに示す4段階の手順を踏むことが必要である。

- 1) 年輪データに対して、基線補正をおこなって規準化する。
- 2) 同一地域において、現存する気候データと年輪幅データとを比較する。
- 3) 両者の間の確率的関係式を構築する。
- 4) 3)で求めた関係式から気候データのない時代の気候情報を推定する。

このような手法を用いて、アメリカやヨーロッパでは、広くこの分野の研究が実施されている。日本においても、研究手順は整っていないが、年輪幅の変動から広域的な永年気候周期を推定しようとする試みがなされ、これまでに32.9年周期 [平野1921]、700年周期 [志田1935]、30・110・350年周期 [淵本1937]、700年周期 [西岡1947]、6・10・20・100年周期 [速水・大内1964] の諸説が発表されている。また、年輪のほかに、飢饉、洪



図VI-1 ラップランドの年輪幅スペクトル (1463年～1960年) (上) とイングランド中央部の4～9月の平均気温スペクトル (1659年～1973年) (下) の比較

水 (ナイル河)、冬の寒さ、作物 (小麦、綿) 価格、伝染病 (ペスト)、氷河の前進後退、オゾン量、河川水位、太陽黒点、宮中の観桜記録、諏訪湖結氷などの統計量によって長期的な気候周期を推定しようとする試みもある。

樹木の成長率は、多くの要因に支配されており、年輪試料の採取された場所の地理的位置や高度、環境などのなかで、なにが決定要素か、それを見きわめることが重要である。福岡義隆は、岡山県の内陸盆地都市である津山で採取したスギの年輪では、植物成長期間に雨が少ない干魃年に年輪、とくに早材の成長幅が小さく、多雨湿潤な年に成長がよい傾向がみられるとしている [福岡1987]。高緯度の地方における年輪幅の変動が気温の変化によく対応しているのとはちがって、津山におけるスギの年輪では降水量が最も決定的な気候要素であり、津山のスギは降水型成長である、と考えられる。これに対して、同じ西日本においても、高知営林局管内のスギの年輪は最高気温と良い相関のあることを武市伸幸が報告している [武市1987]。野田真人は近畿地方を中心にヒノキの年輪と月平均気温および月間降水量とを比較し、気温による寄与では、当該年の早春が正、降水量による寄与では、前年の夏から秋にかけて正、当該年の夏が負という結果を得ている。東北地方では、山形のケヤキの場合、気温と降水量のみならず、風 (気圧差を指標として算出した地衡風) が大きくその成長に影響することを大内正夫が報告している [大内1964B]。

このように、日本においては、降水型成長が顕著な地方と気温型成長が顕著な地方とが点在しており、年輪気象法の研究を複雑にしている。こうした理由から、日本の年輪気象法は、広範で継続的な研究には発展せず、大きな成果をもたらすまでにはいたらなかった。それには、気候の変化は明確だが、地形が複雑であり、地方ごとに降雨量の多寡の差が大きいため、年輪データとの対応がつきにくいこと、イギリスのグリニッジには二百年以上の気候データがあるのに対して、日本では、明治以降わずか百年あまりの気候データしか入手できないため、年輪との相関性を明確にしにくいこと、時系列理論の十分な適用がおこなわれていないこと、これらの理由が考えられる。

このような状況のなかで、日本において年輪気象法を適用する可能性を検討するため、まず樹齢233年から319年になる長野三浦産と同上松産の木曽ヒノキ30点、1009年から1933年までの年輪をもつ名古屋営林支局保管円盤標本1点、木曽ヒノキ系の年輪変動をしめす1027年から1755年までの年輪をもつ奈良東大寺二月堂参籠所部材34点、以上の年輪データを用意した。さらに、長野県の気候データとして、江戸時代の日記と明治以降の気象台データとを確率的に結びつけて170年分の降雨日数データを再現した。ついで、この年輪と降雨日数のデータから、それらが重複する170年間について、自己回帰・移動平均過程を用いて確率モデルを構築する。このモデルに含まれるパラメータを推定する手法としては、自己相関関数と相互相関関数を用いたパラメータの同定法 [Box and Jenkins 1970] について述べ、その適用性を検討する。さらに、観測更新アルゴリズムを用いたカルマンフィルターによるパラメータの同定をおこなった。決定されたパラメータと収集したヒノキの年輪データとを使って、約千年のあいだの降雨日数を推定し、古気候情報の再現を試みることにした。

## 2 年輪データの基準化

### a 基準化の方法

樹木は、幼年期では、肥大生長の速度がはやく、年輪幅も大きくなることはよく知られている。また、同一年度に形成された年輪でも、樹木をとりまく環境の違いなどによって、個体のあいだでその幅が異なる。したがって、樹木のもつ年輪幅の変動によって古気候特性を同定する場合には、樹木そのものの成長過程の変動、つまり樹木の成長にともなう年輪幅の減少効果と個体差を排除するために年輪データを規準化し、その結果のデータを使用する必要がある。

年輪データの規準化に使用する曲線には、主としてつぎのようなものがある。

i 指数関数  $y(t) = A \exp(-\alpha t) + B \dots \dots \dots (1)$

$y$  は  $t$  年における樹木の成長特性に基づく年輪幅、 $A$ 、 $\alpha$ 、 $B$  は樹木の成長特性をあらわすパラメータである。

ii 多項式  $y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots \dots \dots + a_n t^n \dots \dots \dots (2)$

$a_0$ 、 $a_1$ 、 $\dots \dots \dots$ 、 $a_n$  は樹木の成長特性をあらわすパラメータである。

iii 移動平均

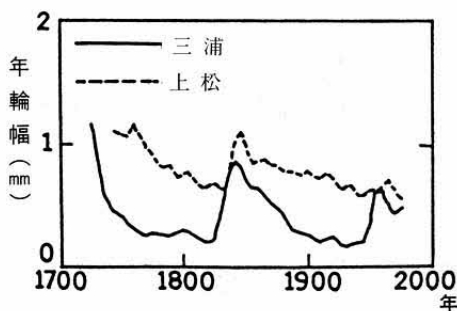
iv スプライン関数による補間曲線

気候変動を推定するためにもちいる年輪幅は、測定された年輪幅から上記のいずれかの曲線の値を差し引いた変動値である。

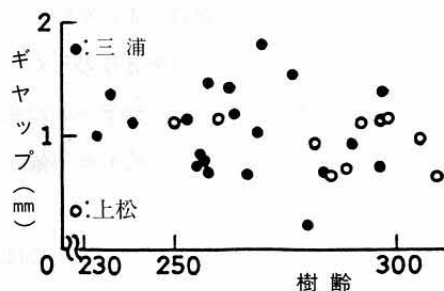
## b 現生木の年輪データ

長野三浦産と同上松産の現生木試料30点のうちから代表的なものを選び、年輪幅計測数値の10年移動平均をとると、いずれにおいても1840年前後に大きなギャップがあり（図VI-2）、それ以前と以後の成長曲線は指数関数で近似できることが予想できる。1840年前後のギャップは、平均値が1.03mmであり、三浦試料と上松試料ともに、樹齢が異なっているにもかかわらずギャップに明確な違いはみられない（図VI-3）。これは、場所の異なる両地点において、1840年前後に同等の外的作用があたえられたことを意味している。その要因としては、伐採などによって生育環境に大きな変化が発生したためかとも考えられるが、なお明らかでない。今後調査していきたいと考えている。

三浦試料10点と上松試料20点について、それぞれの年輪成長曲線を指数関数で近似した。その結果、指数関数の半減期を1つの指標として、それぞれの産地におけるヒノキの成長曲線を特徴づけてみると、三浦試料の平均値は、前半期が40.3年、後半期が46.5年と



図VI-2 木曽ヒノキの年輪幅の10年移動平均後の変動



図VI-3 1840年ごろの年輪幅の急変動の状況

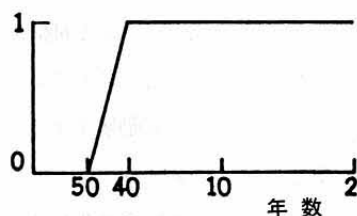
なり、一方、上松試料の平均値は、前半期が109.2年、後半期が218.2年となっており、産地によってかなりの違いがみられる。しかし、両産地のヒノキともに前半の半減期のほうが後半のそれよりも小さな値をしめている。このことは、1840年前後になんらかの外的ショックがあたえられ、年輪幅データに大きなギャップが生じたが、しかし、年輪幅の減少効果は樹齢とともに弱くなることを意味している。ここで半減期は、 $y(t) = A \exp(-at) + B$  であるとき、 $t = 0$  年のときの  $y$  の値  $y_0$  に対して  $y(t^*) - B = \frac{1}{2}(y_0 - B)$  を与える  $t^*$  の値とした。

気候データと照合する現生木の年輪は、1840年以降の後半期のデータであるが指数関数によって成長曲線を規準化したのちのデータとしてあたえられるのは、80年から130年程度の期間の年輪幅変動である。したがって、現生木の年輪データに含まれる50年以上の長周期成分を除去（フィルタリング）したものを最終的な年輪データとした。

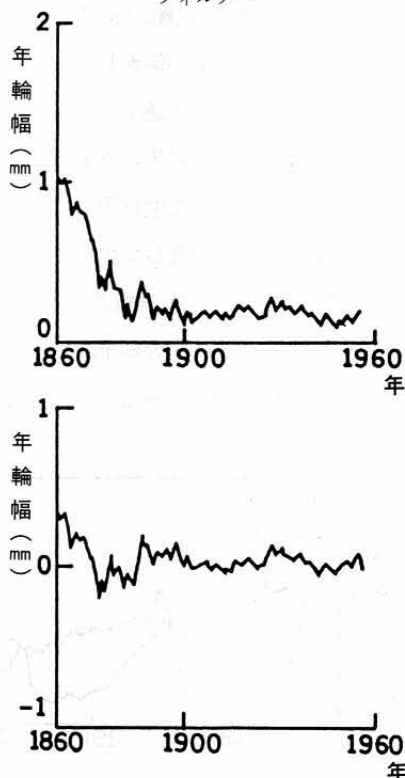
試料の年輪幅データから、最終的な年輪幅データを得るための手順をまとめるとつぎのようになる。

- 1) 試料から計測した年輪幅の時系列を指数関数で最小二乗近似する。
- 2) 試料から計測した年輪幅の時系列から指数関数の値を差し引き、年輪データを標準化する。
- 3) 規準化後の年輪データにフーリエ変換をほどこす。
- 4) 台形フィルタ（図VI-4）を使用して、50年以上の長周期成分をとりのぞく。
- 5) フィルタリング後の年輪データに逆フーリエ変換をほどこし、最終的な年輪データを得る。

三浦試料の年輪データの1つ、ここでは最も年輪数の多いものを選んだが、その年輪の後半期のデータを上記の手順によって規準化フィルタリン



図VI-4 年輪データのスペクトルに作用させたローパスフィルタ



図VI-5 計測値による年輪幅変動（上）と基線補正後の年輪幅変動（下）

グした結果をみると、その効果がおわかりいただけるだろう（図VI-5）。

年輪を使用して長期的な気候変動特性を抽出するには、長期間にわたる年輪幅の時系列データが必要になる。そこで、木曽ヒノキの現生木（名古屋営林支局保管円盤標本1点を含む）と奈良東大寺二月堂参籠所部材の年輪データを同一年ごとに平均化した時系列を作成した（図VI-6）。しかし、これには、複数の個体の成長曲線や採取場所の違いなどが無作為に含まれるので、単純な成長曲線を用いた規準化は不可能である。ここでは、年輪データの10年ごとの平均値をスプライン関数によって補間したものを規準曲線として採用した（図VI-7）。このデータを使用して最後に過去の降雨日数を推定することになる。

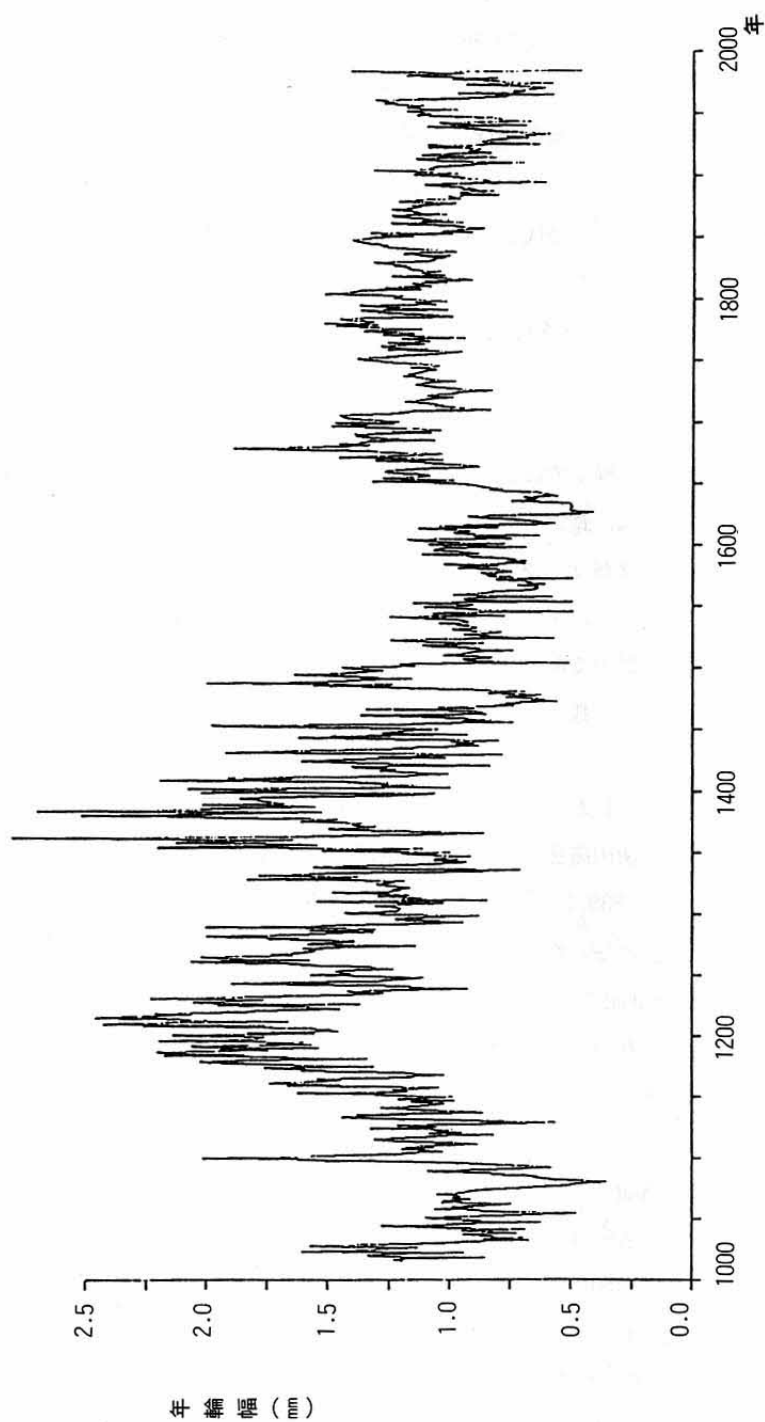
### 3 気候データ

年輪による気候変動の推定では、年輪試料を採取した地域の局所的な気候変動を同定することになる。ここでは、長野県における気候変動特性が対象である。そのためには、長野県における長期的な気候データを準備する必要がある。現生木の年輪データは233年から319年と長期間にわたっているが、長野県において定期的に気象観測がはじまったのは1889（明治22）年の長野市であって、気候データとして使用可能なものは百年弱である。この百年弱のデータから、数十年の気候変動サイクルを検証することは困難であると考えられる。

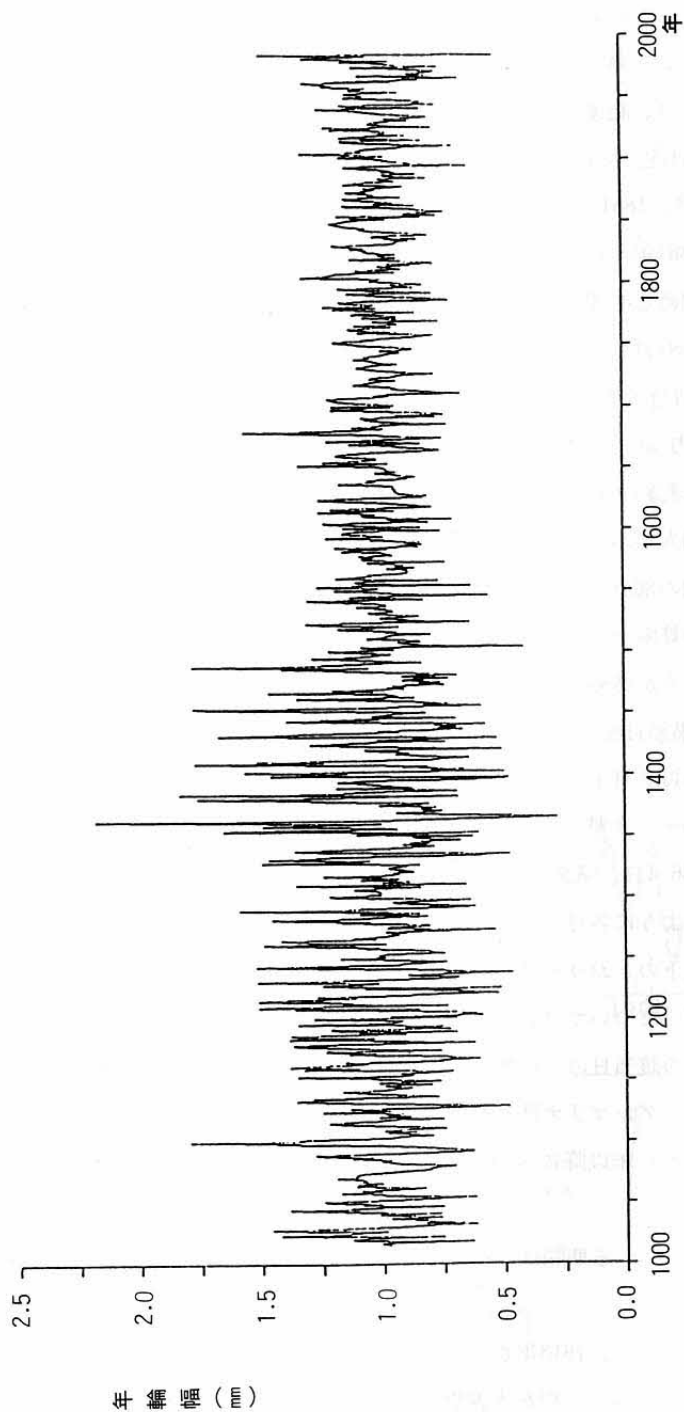
ここで江戸時代に書かれた『墨翁日記』と『大沼日記』を採用する。『墨翁日記』、別称『平栗墨翁日記』は、飯田藩島田村（現長野県飯田市）の画家、平栗五郎左衛門が書いた1811（文化8）年から1839（天保10）年までの約30年間の日記であり、『大沼日記』は、現在の長野県駒ヶ根市に住んだ大沼嘉蔵が1840（天保11）年から1899（明治32）年までの60年間書きつづけた日記である。ここでは、『大沼日記』は1840（天保11）年から1864（元治元年）の現代かなづかいに書き直した部分を使用した。この日記の採用によって、1889年以降の気象台データをあわせ、計170年の気候データ（降雨日数データ）が再現できた（図VI-8）。

降雨日数データの再現にあたっては、つぎのような仮定を設けた。

〔仮定1〕長野県の代表的な気象観測地点、長野市と松本市および飯田市の3市における1901年から1950年までの50年間における年平均総降雨量は、それぞれ995.9mm、1072.7mm、1645.0 mmであって、かなりの差がある。しかし、1日1mm以上の降雨量のあった日を降雨日として、年平均降雨日数は、それぞれ116.6日、97.1日、116.6日となっており、県内における地域的な差異はほとんどないと考えられる。したがって、飯田市内域で書かれた『墨翁日記』、駒ヶ根市内域で書かれた『大沼日記』および1889年以降の長野市のデー



図VI-6 同一年で重複させたヒノキの年輪幅の変動



図VI-7 スブライイン関数により基線補正後のヒノキの年輪幅の変動

タを降雨日数に関しては結合できると判断した。

〔仮定2〕樹木は春から夏に肥大生長し、早材と晩材からなる年輪を構成する。したがって、4月から9月までの6か月間の降雨日数の合計を、降雨日数データとした。

〔仮定3〕日記には、記述が不明瞭で、降雨日数のデータが入手できない期間があった。たとえば、『墨翁日記』では、1816（文化13）年と1829（文政12）年、1830（天保元）年、『大沼日記』では、1851（嘉永3）年から1852（嘉永4）年までのデータが入手できなかった。また、1861年から1888年までの期間のデータも入手できなかった。この空白をなんらかの方法で埋める必要がある。ここでは、降雨日数データは定常時系列であり、観測年 $t$ の降雨日数 $y(t)$ は、過去の値である $y(t-1)$ 、 $y(t-2)$ 、……、 $y(t-q)$ と入力 $a(t)$ の有限で線形な結合であらわせると仮定した（1次元自己回帰モデル）〔赤池・中川1977〕。また、入力 $a(t)$ はホワイトノイズと仮定した。

〔仮定4〕日記に記録されている降雨日数には、記録場所の影響があり、さらに、天候の観察や記録には個人差がある。それらを除去するためには、ある日記の晩年の部分と別の人物の日記の当初の部分のあいだで何年分かの重複する部分を検出し、その重複部分の両者の比較から、換算率をもとめる操作を何度もくりかえし、長期間にわたる日記の降雨日数を均質化することが必要である。しかし、今回採用した日記では、重複する年の部分がない。そこで、『墨翁日記』の27年間、『大沼日記』の18年間および長野地方気象台の94年間に於ける4月から9月までの6か月の総降雨日数の平均値が等しくなるはずである、と仮定して、以下のデータ整理を行った。それぞれのデータの平均値は、『墨翁日記』47.4日、『大沼日記』36.4日、気象台データ60.3日であったので、平均値を長野地方気象台の60.3日に一致するように各日記の降雨日数を変更した。

修正の手順は以下のとおりである。

- 1) 『墨翁日記』については、雨の記述のある月日（図VI-9では、雨の記述を括弧でくくり、その該当日の上に●印をつけた）を抜き取り、ついで旧暦月日を『暦日事典』によってグレゴリオ暦に換算する。『大沼日記』についても同じである。
- 2) 1889（明治22）年以降については、『長野県気象年報』によって降雨日数を算出した。
- 3) 記録の欠落している期間は、上述した1次元自己回帰モデルを用いてデータを推定した。

こうした作業によって、1813年から1982年までの170年間の4月から9月にいたる6か月の降雨日数のデータが得られた（表VI-1）。長野市および木曽福島町の6か月間の降雨量の10年移動平均（図VI-10下）は降雨日数（図VI-10上）の変動ときわめて良好に対



年	4～9月 降雨日数	資料	年	4～9月 降雨日数	資料	年	4～9月 降雨日数	資料
			1851	66	大日	1891	55	気象
			52	60	"	92	67	"
1813	52	墨日	53	77	"	93	55	"
14	64	"	54	85	"	94	64	"
15	55	"	55	52	"	95	51	"
16	56	"	56	43	"	96	61	"
17	66	"	57	49	"	97	66	"
18	41	"	58	73	"	98	58	"
19	80	"	59	55	大日	99	69	"
1820	82	"	1860	69	推定	1900	53	"
21	59	"	61	57	"	01	61	"
22	75	"	62	59	"	02	71	"
23	56	"	63	56	"	03	63	"
24	51	"	64	71	"	04	58	"
25	57	"	65	66	"	05	79	"
26	47	"	66	69	"	06	64	"
27	56	"	67	53	"	07	62	"
28	72	墨日	68	71	"	08	63	"
29	45	推定	69	70	"	09	64	"
1830	59	推定	1870	65	"	1910	68	"
31	81	墨日	71	68	"	11	68	"
32	42	"	72	45	"	12	64	"
33	63	"	73	44	"	13	58	"
34	38	"	74	60	"	14	61	"
35	54	"	75	75	"	15	55	"
36	76	"	76	55	"	16	70	"
37	54	"	77	64	"	17	53	"
38	59	墨日	78	72	"	18	54	"
39	60	推定	79	55	"	19	62	"
1840	56	"	1880	56	"	1920	54	"
41	63	"	81	75	"	21	66	"
42	56	推定	82	70	"	22	40	"
43	51	大日	83	61	"	23	62	"
44	46	"	84	69	"	24	58	"
45	77	"	85	58	"	25	58	"
46	67	"	86	66	"	26	60	"
47	64	"	87	60	"	27	60	"
48	55	大日	88	60	推定	28	55	"
49	43	推定	89	66	気象	29	60	"
1850	66	大日	1890	56	気象	1930	65	気象

表VI-1 1813年から1982年までの170年間の4月から9月の総降雨日数

墨日：墨翁日記 大日：大沼日記 推定：1次元自己回帰モデルによる推定

気象：長野地方気象台観測記録

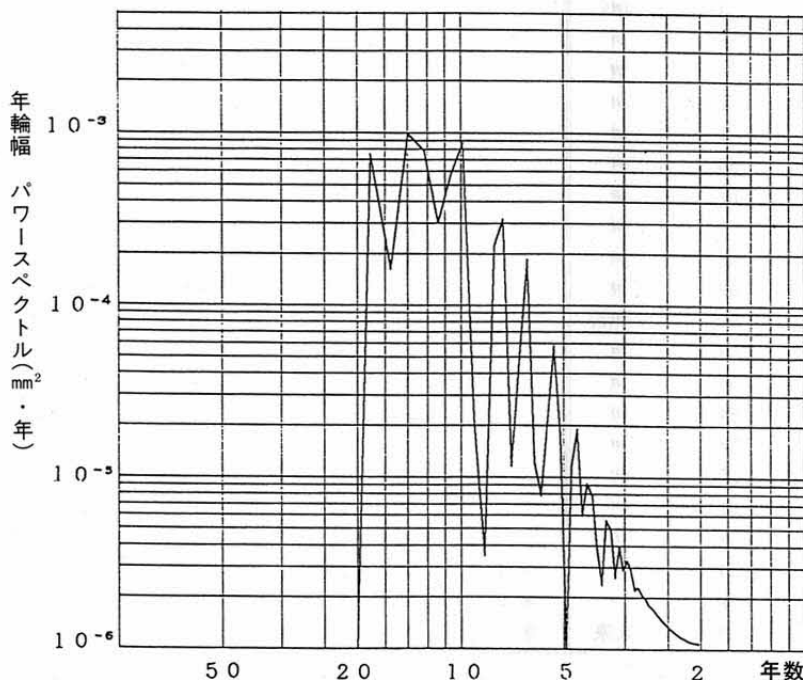
年	4 ~ 9 月 降雨日数	資料	年	4 ~ 9 月 降雨日数	資料
1931	66	気象	1971	61	気象
32	60	"	72	56	"
33	55	"	73	54	"
34	57	"	74	60	"
35	59	"	75	54	"
36	60	"	76	68	"
37	55	"	77	55	"
38	65	"	78	52	"
39	48	"	79	55	"
1940	51	"	1980	66	"
41	63	"	81	105	"
42	56	"	82	108	気象
43	43	"			
44	50	"			
45	62	"			
46	62	"			
47	62	"			
48	75	"			
49	63	"			
1950	63	"			
51	58	"			
52	71	"			
53	74	"			
54	61	"			
55	56	"			
56	64	"			
57	64	"			
58	66	"			
59	69	"			
1960	60	"			
61	58	"			
62	54	"			
63	64	"			
64	74	"			
65	57	"			
66	61	"			
67	58	"			
68	54	"			
69	69	"			
1970	53	気象			

応している。この点からも、この降雨日数データを気候データとして使用する妥当性が確認できる。長野市と現生木試料採取地に近い木曽福島町の降雨量は絶対値が異なるが、その変動特性はよく似ており、上述の仮定1の妥当性がここでも確認できた。

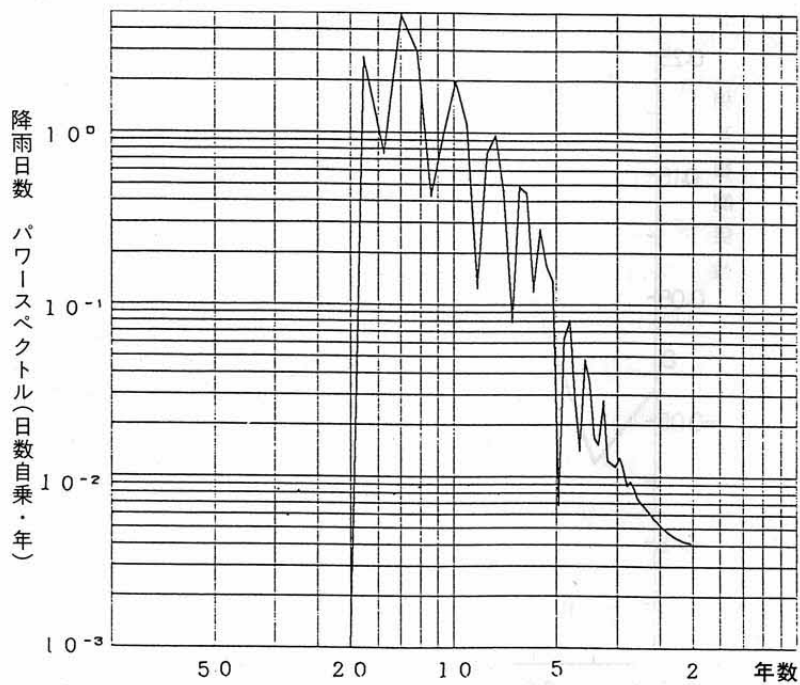
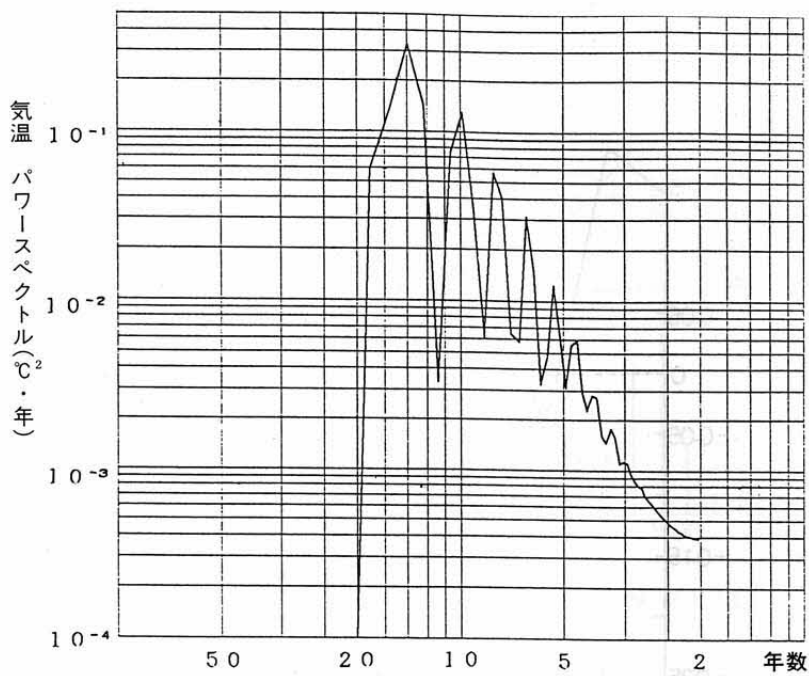
## B 気候変動特性の抽出

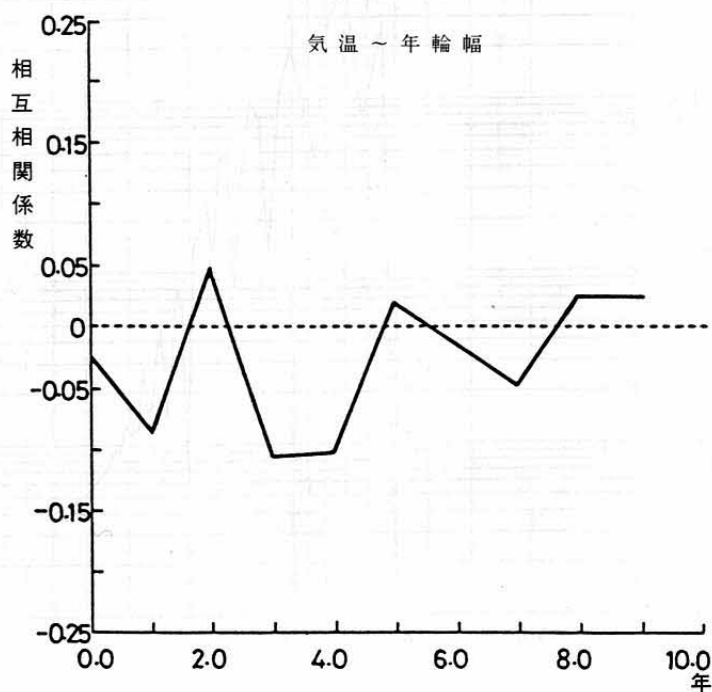
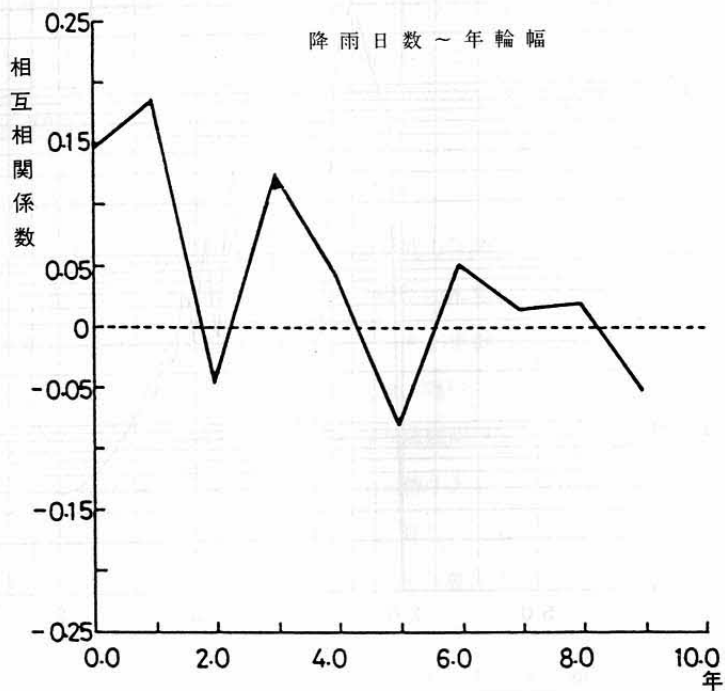
### 1 年輪幅と気候要素との相関

1889 (明治22) 年から観測を開始している長野地方気象台の4月から9月の6か月間の平均気温および降雨日数とさきに規準化した長野県の木曽ヒノキ現生木の年輪幅のあいだの相互関係をまず調べることにする。両者のデータが重複しているのは、1889年から1982年までの94年間である。94年分の年輪、平均気温、降雨日数のそれぞれのパワースペクトル (図VI-11) をみると、それぞれのデータの卓越周期はかなり似かよっており、これからだけでは、気候の決定要素を抽出することは困難である。そこで、年輪と降雨日数、年輪と平均気温についてそれぞれ相互相関係数を計算し、それぞれ10年間までの相互相関係数をプロットした (図VI-12)。この図から、降雨日数に関しては、当該年、1年、3年に年輪と正の相関があるが、平均気温については、1年、3年、4年に負の相関があることがわかる。この地方では、降雨日数が多くて気温が上昇しない場合に年輪の成長率が高

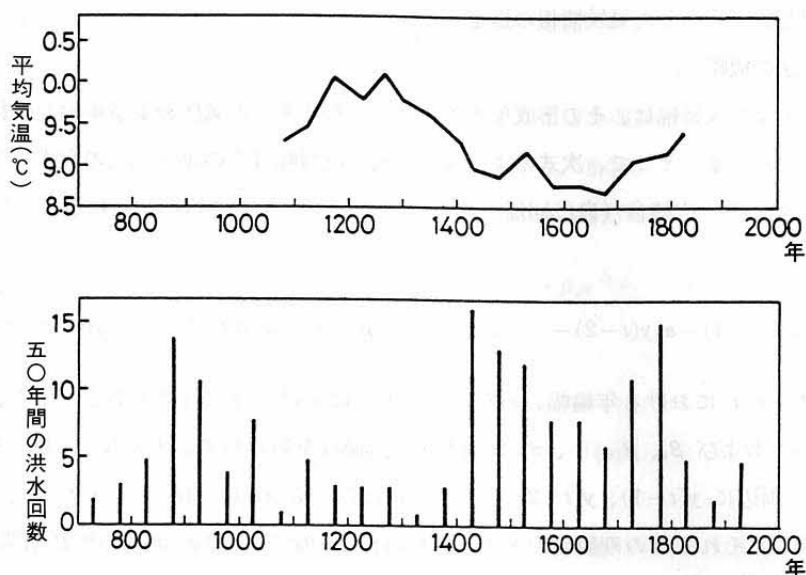


図VI-11 木曽ヒノキの年輪幅のパワースペクトル (上) と長野市における平均気温のパワースペクトル (右上)、長野市における降雨日数のパワースペクトル (右下)





図VI-12 年輪幅と降雨日数との相互相関関数（上）と年輪幅と平均気温との相互相関関数（下）



図VI-13 イングランドにおける平均気温の変動(上)と鴨川における50年間の洪水回数の変動(下)

いことを意味している。また、図からもわかるように、降雨日数の寄与のほうが、平均気温のそれよりもかなり高くなっている。さらに、平均気温と降雨日数の寄与が表裏一体となってよく対応していることから、この地方の年輪の成長に寄与する気候要素として、降雨日数だけを抽出してもよいことがわかる。

ここでは数年の時間スケールの相関を考察したが、長い周期の相関に目を転じると、上述の議論はあてはまらなくなる。中島暢太郎は794年の平安京遷都以来の鴨川流域の大雨や洪水の記録から50年ごとに洪水の回数をまとめている(図VI-13下)[中島1986]。これを、ラムが発表している中部イングランドの気温の50年移動平均(図VI-13上)と比較すると、気温の変動と平均洪水の回数とのあいだに180度の位相差がみられる。気温の長期的な変動については、日本においてもイングランドと同じような傾向がみとめられ、阪口豊は、700年代から1300年代までを奈良・平安・鎌倉温暖期、それ以降を小氷期と呼んでいる[阪口1984]。図VI-13と図VI-6とを比較すると、年輪の成長には、温度と正の相関が、降雨量と負の相関があり、短期的な相関と一致しないことがわかる。このように年輪の成長過程と気候の相関を論じる場合には、短期的な時間スケールの相関と非常に長期的な時間スケールの相関とを別途に検討する必要がある。

## 2 相関関数を利用した気候情報の推定

## a 推定法の概略

年輪の1年の成長幅は、その形成年のみでなく、前年までの気候および年輪の成長過程にも依存している。そこで、次式のように、年輪の成長幅はその年と過去の有限年の気候および年輪幅の一次結合（自己回帰・移動平均モデル）としてあらわされる、と仮定した。

$$y(t) = -\alpha_1 y(t-1) - \alpha_2 y(t-2) - \cdots - \alpha_q y(t-q) + \beta_0 x(t) + \beta_1 x(t-1) + \cdots + \beta_p x(t-p) \quad (3)$$

$y(t)$ は観測年  $t$  における年輪幅、 $x(t)$ は観測年  $t$  における降雨日数である。また、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\cdots$ 、 $\alpha_q$  および  $\beta_0$ 、 $\beta_1$ 、 $\cdots$ 、 $\beta_p$  は樹木の成長過程をあらわすシステムの係数である。

式(3)の両辺に  $y(t-1)$ 、 $y(t-2)$ 、 $\cdots$ 、 $y(t-q)$ ならびに  $x(t)$ 、 $x(t-1)$ 、 $x(t-2)$ 、 $\cdots$ 、 $x(t-p)$ を乗じ、それぞれの期待値をとる。 $y(t)$ の自己相関と  $y(t)$ と  $x(t)$ の相互相関が  $\rho_{yy}(\tau) = E[y(\tau)y(t+\tau)]$  および  $\rho_{xy}(\tau) = E[x(\tau)y(t+\tau)]$  であたえられることを考慮し、これらをまとめると、(4)に示すような連立一次元方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \rho_{yy}(1) \\ \rho_{yy}(2) \\ \vdots \\ \rho_{yy}(q) \\ \rho_{xy}(0) \\ \rho_{xy}(1) \\ \vdots \\ \rho_{xy}(p) \end{bmatrix} = [\Phi] \begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ -\alpha_2 \\ \vdots \\ -\alpha_q \\ \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

ここに

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \rho_{yy}(0) & \rho_{yy}(-1) & \cdots \rho_{yy}(-q+1) & \rho_{yx}(1) & \rho_{yx}(0) & \cdots \rho_{yx}(-p+1) \\ \rho_{yy}(1) & \rho_{yy}(0) & \cdots \rho_{yy}(-q+2) & \rho_{yx}(2) & \rho_{yx}(1) & \cdots \rho_{yx}(-p+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{yy}(q-1) & \rho_{yy}(q-2) & \cdots \rho_{yy}(0) & \rho_{yx}(q) & \rho_{yx}(q-1) & \cdots \rho_{yx}(-p+q) \\ \rho_{xy}(-1) & \rho_{xy}(-2) & \cdots \rho_{xy}(-q) & \rho_{xx}(0) & \rho_{xx}(-1) & \cdots \rho_{xx}(-p) \\ \rho_{xy}(0) & \rho_{xy}(-1) & \cdots \rho_{xy}(-q+1) & \rho_{xx}(1) & \rho_{xx}(0) & \cdots \rho_{xx}(-p+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{xy}(-1+p) & \rho_{xy}(-2+p) & \cdots \rho_{xy}(-q+p) & \rho_{xx}(p) & \rho_{xx}(-1+p) & \cdots \rho_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

この連立一次元方程式を解くことにより、システムの係数  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  および  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  が求められる。

システムの係数が得られると、以下に示すような手法により気候情報が同定できる。

式(3)の両辺に  $z$  変換をほどこすと、以下のようになる。なお、 $z$  変換は、いま離散時系列  $f(n); n=0, 1, \dots$  があたえられたとき、つぎの無限和  $F(z)=\sum f(n)z^{-n}$  をいう。

$$(1+\alpha_1 z^{-1}+\alpha_2 z^{-2}+\dots+\alpha_q z^{-q})Y(z)=(\beta_0+\beta_1 z^{-1}+\beta_2 z^{-2}+\dots+\beta_p z^{-p})X(z)\dots\dots(5)$$

式(5)から

$$X(z)=\frac{1+\alpha_1 z^{-1}+\alpha_2 z^{-2}+\dots+\alpha_q z^{-q}}{\beta_0+\beta_1 z^{-1}+\beta_2 z^{-2}+\dots+\beta_p z^{-p}} Y(z)\dots\dots\dots(6)$$

したがって、式(6)が次式のように変換できれば、年輪成長幅  $Y(z)$  から気候情報  $X(z)$  の同定ができる。

$$X(z)=(a_0+a_1 z^{-1}+\dots+a_n z^{-n})Y(z)\dots\dots\dots(7)$$

式(6)と式(7)を等置すると、次式のような恒等式が成立する。

$$1+\alpha_1 z^{-1}+\dots+\alpha_q z^{-q}=(a_0+a_1 z^{-1}+\dots+a_n z^{-n})(\beta_0+\beta_1 z^{-1}+\dots+\beta_p z^{-p})\dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $z$  は収束領域内において任意であるから、左辺と右辺の  $z$  のべき乗の係数を等置することにより順次、次式のような関係式が得られる。

$$a_0\beta_0=1 \quad \rightarrow \quad a_0=\frac{1}{\beta_0}$$

$$a_0\beta_1+a_1\beta_0=\alpha_1 \quad \rightarrow \quad a_1=(\alpha_1-a_0\beta_1)/\beta_0$$

同様にして、 $a_2, a_3, \dots, a_n$  を順次求めることができる。したがって、最終的に式(7)を逆  $z$  変換して次式を得ることができる。

$$x(t)=a_0y(t)+a_1y(t-1)+\dots+a_ny(t-n)\dots\dots\dots(9)$$

式(9)により、年  $t$  の気候情報は、その年より過去  $n$  年の年輪データを用いて予測できることがわかる。

## b 推定結果

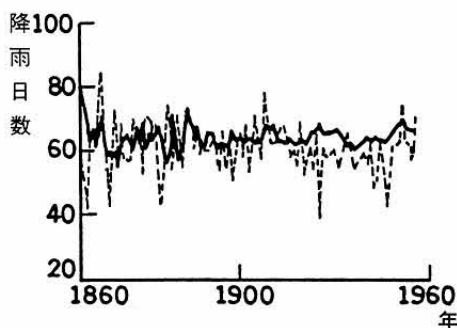
規準化した長野三浦試料の年輪データ  $y(t)$  (図VI-5下) と降雨日数データ  $x(t)$  (表

VI-1) とを使用して解析をおこなった。式(3)のなかのシステム係数  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q$  および  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  の個数  $q$  と  $p$  および式(9)のなかの係数  $a_0, a_1, \dots, a_n$  の個数  $n$  をパラメータにとり、式(9)から求められる降雨日数  $x(t)'$  と真値  $x(t)$  との差の二乗誤差を計算した。その結果(表VI-2) から降雨日数を再現するためには、 $q=3, p=2, n=2$  のケースがもっとも少ない誤差をあたえることがわかる。これは、年輪幅の変動が、過去3年間の樹木の成長過程および過去2年間の気候変動の関数で最も良くあらわせることを意味している。

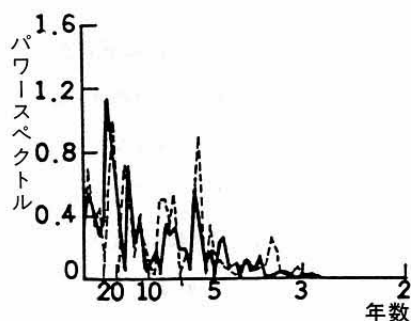
このケースの同定結果を時系列として図VI-14にしめす。また、パワースペクトルを図VI-15にしめした。それぞれの図では、実線が同定結果をあらわし、破線が真値をあらわしている。両者の卓越周期およびパワースペクトルの絶対値はよく対応していることから、同定の結果はほぼ満足のいくものであることがわかる。ここで得られた  $a_1, a_2, a_3$  パラメータを用いて、ギャップ以前の年輪データ前半期と後半期との降雨日数の再現結果(図VI-16) から、1760年より80年間の降雨日数を推定することができる。ただし、ギャップ前後の数年においては、年輪データの規準化が困難であったため、降雨日数の再現は不可能だった。

q の個数	p の個数	n の個数	$\Sigma(x(t) - x(t)')^2$
0	1	1	146917.
0	2	2	121730.
0	3	2	122473.
0	3	3	116702.
1	1	1	1472135.
1	2	2	$0.154 \times 10^{10}$
1	3	3	$0.226 \times 10^{11}$
1	4	4	120266.
2	1	1	17411.
2	2	2	146659.
2	3	3	466800.
3	1	1	6776.
3	1	2	23613.
3	1	3	$0.120 \times 10^{29}$
3	2	1	6784.
3	2	2	6152.
3	2	3	$0.570 \times 10^{16}$
3	3	3	17720.
4	1	1	48216.
4	2	2	12768.
4	3	3	254048.

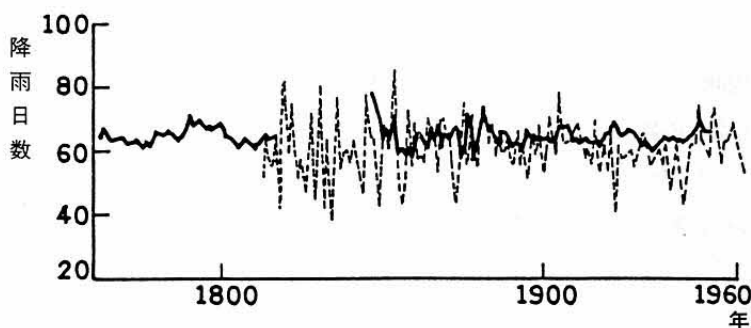
表VI-2 推定降雨日数と実降雨日数との2乗誤差(p, qの次数の決定)



図VI-14 相関関数によって推定した降雨日数と実降雨日数パターンの比較  
実線：同定結果 破線：真値



図VI-15 推定降雨日数と実降雨日数のスペクトル  
実線：同定結果 破線：真値



図VI-16 相関関数法により年輪から推定した降雨日数のパターン  
実線：同定結果 破線：真値

### 3 カルマンフィルターを利用した気候情報の推定

前節では、年輪の1年の成長幅は、その年のみならず、前年までの気候および年輪の成長過程にも依存しているとし、その年と過去の有限年の気候情報および年輪幅の一次結合（自己回帰・移動平均モデル）として表現できるとして、式(3)を仮定した。しかし、この研究の最終の目標は、現存する気候情報と年輪データから、古い時代の気候情報を推定することであるので、確率的関係式として、式(3)を変形した次式を仮定した。

$$y(t) = -\alpha_1 y(t-1) - \alpha_2 y(t-2) - \cdots - \alpha_q y(t-q) + \beta_0 x(t) + \beta_1 x(t+1) + \cdots + \beta_p x(t+p) \quad \cdots \cdots (10)$$

この式(10)の関係を年輪の情報から気候情報が推定できるように書き改めると、つぎのようになる。

$$x(t) = a_0 y(t) + a_1 y(t-1) + \cdots + a_q y(t-q) - b_1 x(t+1) - b_2 x(t+2) - \cdots - b_p x(t+p) \quad \cdots (11)$$

この式は、 $t$ 年の気候情報が過去 $q$ 年間の年輪幅データと将来 $p$ 年間の気候情報で表現さ

れることを意味する。

したがって、式(11)を降雨日数の推定に利用する場合には、パラメータ  $a_0, a_1, \dots, a_q, b_1, b_2, \dots, b_p$  を170年間の年輪と降雨日数のデータを用いて同定すればよい。ここでは、これらのパラメータを同定するために、U-D 観測更新アルゴリズムに基づいたカルマンフィルターを用いる〔片山1983〕。このフィルタは制御理論の分野で種々の統計的予測や推定問題に広く用いられている。以下、そのアルゴリズムを簡単に説明する。

線形システムのカルマンフィルターの基礎式を構成するのは、離散時間では次式のような観測式と状態式である。

$$\eta_t = H_t z_t + v_t \dots \dots \dots (12)$$

$$z_{t+1} = F_t z_t + G_t w_t \dots \dots \dots (13)$$

$\eta_t$  は1次元の観測ベクトル、 $z_t$  は $m$ 次元の未知数ベクトルである。 $v_t$  と  $w_t$  はそれぞれ1次元および $m$ 次元の観測雑音とシステム雑音ベクトル、 $H_t, F_t, G_t$  はそれぞれ  $1 \times m, m \times m, m \times n$  の次元を有する観測行列、状態遷移行列、駆動行列であり、時間  $t$  のみに依存する。さらに、雑音ベクトルは以下の性質を有するものとする。

$$E(W_t) = 0, \quad E(V_t) = 0 \dots \dots \dots (14)$$

$$E \left\{ \begin{pmatrix} W_t \\ V_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_s & V_s \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} Q_t & 0 \\ 0 & R_t \end{pmatrix} \delta_{ts}, \quad R_t > 0 \dots \dots \dots (15)$$

$$E(W_t Z_s^T) = 0, \quad E(V_t Z_s^T) = 0 \quad \text{for } t \geq s \dots \dots \dots (16)$$

$E\{\cdot\}$  は  $\cdot$  の期待値、 $\delta_{ts}$  は Kronecker のデルタである。

研究対象になっている問題は、パラメータの同定である。この場合、未知パラメータにはそれ自身の時間的遷移構造を記述する表現がない。したがって、状態式には時間軸について一定であるという条件を付与する。つまり、 $z_t$  が  $\{a_0, a_1, \dots, a_q, b_1, b_2, \dots, b_p\}$  であたえられるものとし、状態式として次式を仮定する。

$$z_{t+1} = [I] z_t \dots \dots \dots (17)$$

この  $[I]$  は単位行列を表わす。上式は、パラメータを同定する仮定においてそれぞれの時間ステップで計算されるパラメータが最終的には一定値に収束していくことを意味している。したがって、このようなパラメータについての時間的定常条件に誤差は混入しない

と考えられるので、式(13)のなかのシステムノイズ  $w_t$  は無視できる。一方、 $n=1, m=p+q+1, n=p+q+1$ と置き、 $\eta_t=x(t)$ ならばに  $H_t= \{y(t), y(t-1), \cdots, y(t-q), -x(t+1), -x(t+2), \cdots, -x(t+q)\}$  とすれば、式(12)で定義した観測式は次のように書くことができる。

$$x(t)= \{y(t), y(t-1), \cdots, y(t-q), -x(t+1), -x(t+2), \cdots, -x(t+p)\} \left\{ \begin{array}{c} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_q \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{array} \right\} \cdots \cdots (18)$$

式(18)からも明らかなように、行列  $H_t$  が既知の観測情報で構成されていることがわかる。式(17)、(18)で記述されるシステムに対するカルマンフィルターのアルゴリズムは、以下のように記述できる。

i    フィルター方程式  $\hat{z}_{t+1|t}=F_t\hat{z}_{t|t} \cdots \cdots \cdots (19)$

$$\hat{z}_{t|t}=\hat{z}_{t|t-1}+K_t[y_t-H_t\hat{z}_{t|t-1}] \cdots \cdots \cdots (20)$$

ii    カルマンゲイン  $K_t=P_{t|t-1}H_t^T[H_tP_{t|t-1}H_t^T+R_t]^{-1} \cdots \cdots \cdots (21)$

iii    推定誤差共分散行列  $P_{t+1|t}=F_tP_{t|t}F_t^T+G_tQ_tG_t^T \cdots \cdots \cdots (22)$

$$P_{t|t}=P_{t|t-1}-K_tH_tP_{t|t-1} \cdots \cdots \cdots (23)$$

iv    初期条件  $z_{0|-1}=\bar{z}_0, \quad P_{0|-1}=\Sigma_0 \cdots \cdots \cdots (24)$

ここで、カルマンフィルターに必要な入力値を、次のように設定した。

$$R_t=I, \quad \Sigma_0=10^3I$$

この  $I$  は単位行列を表わしている。これは観測量の共分散行列を単位行列と仮定し、推定誤差共分散行列の初期値が対角行列であり、対角項の値を一様に $10^3$ としたことに相当している。

まず、 $q=3$ 、 $p=2$ の場合について、上述したアルゴリズムを用いて、同定を行う。図VI-17には、それぞれのパラメータが一定値に収束していく過程を示したが、ここから年輪と降雨日数の関係を時間的に定常な線形システムとして仮定したことがほぼ妥当であったことがわかる。最終的に得られたパラメータの値は、 $a_0=9.95$ 、 $a_1=5.37$ 、 $a_2=5.6$ 、 $a_3=19.5$ 、 $b_1=-0.238$ 、 $b_2=-0.0923$ となっている。 $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ は、当該年、1年、2年および3年前の年輪幅と降雨日数との相関を表わすパラメータであるが、図VI-4でも述べたように、降雨日数と年輪の間に正の相関があることがこれらの値からも理解できる。

パラメータ  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $\dots$ 、 $a_q$ 、 $b_1$ 、 $b_2$ 、 $\dots$ 、 $b_p$  の個数  $q$  と  $p$  をパラメータにとり、式(5)から求められる降雨日数  $x(t)$  と真値  $x(t)$  との差の二乗誤差、 $\sum \{x(t)-x(t)\}^2$  を計算した。その結果を表VI-3に示す。この表から  $q=2$ 、 $p=2$  のケースがもっとも少ない誤差をあたえることがわかる。このことは、降雨日数の変動が当該年と過去2年間の樹木の成長過程および当該年から先2年間の気候変動の関数でもっともよくあらわされることを意味している。

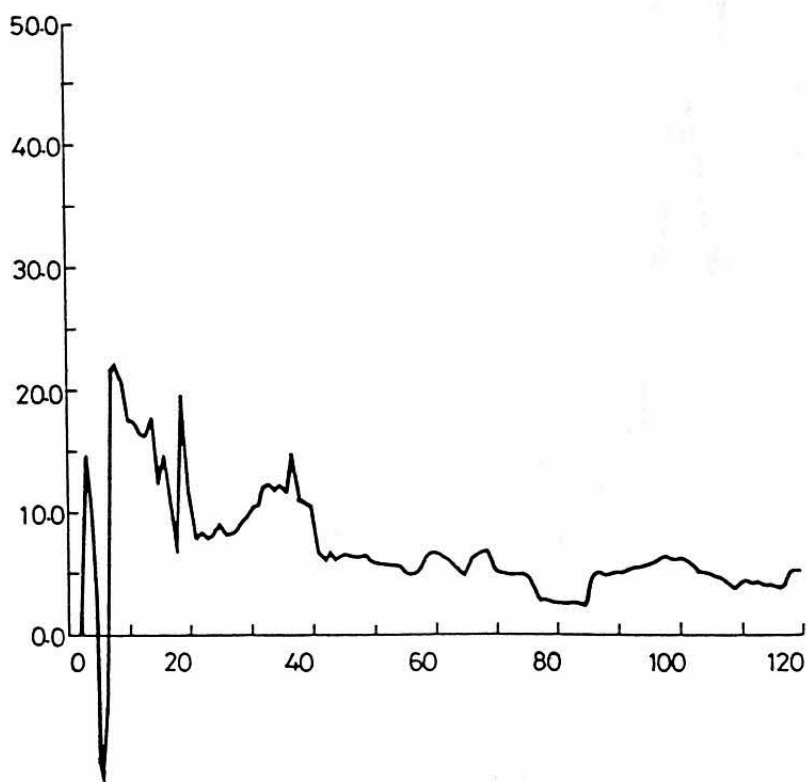
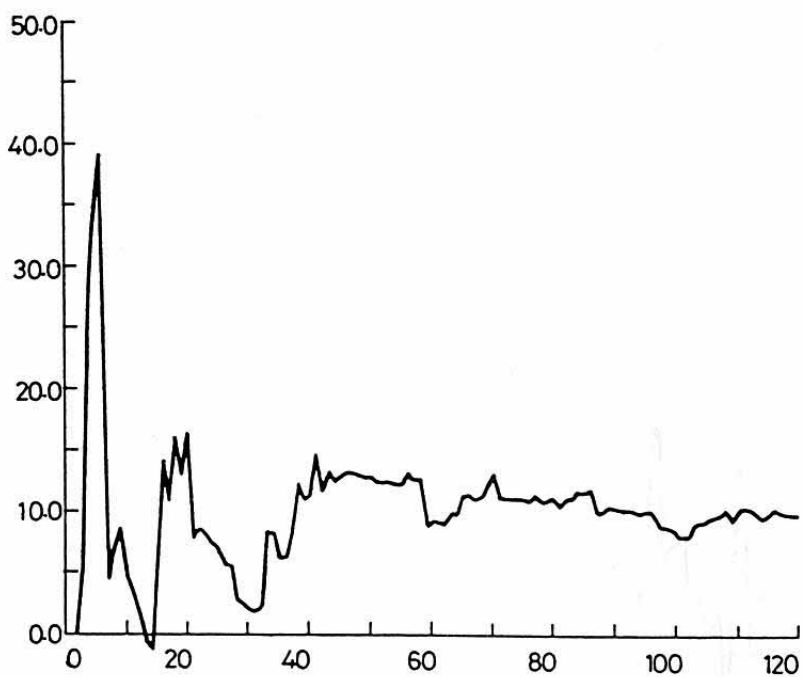
同定結果を時系列として図VI-18に示す。また、パワースペクトルを図VI-19に示した。図VI-18では、実線が同定結果を表わし、破線が真値を表わしている。この結果から、推定された降雨日数は観測降雨日数にくらべて少々まるめられた傾向となっていることがわかる。このことは、図VI-19におけるパワースペクトルにおいても確認できる。つまり、周期の短い範囲で実測値のパワースペクトルが推定値のそれよりも大きくなっている部分がところどころにみられる。しかし、卓越周期およびパワースペクトルの絶対値ともおおむねよく対応していることから、提案した同定手法は満足のいくものであることがわかる。

ここで得られた  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  の値を用いて、観測データが存在しない1813年以前の降雨日数を再現した(図VI-20)。図VI-7に示した年輪データからもわかるように、1500年以前のデータの年輪幅の時系列の振幅が大きいことから、推定された降雨日数についても、1500年以前の振幅がかなり大きくなっている。

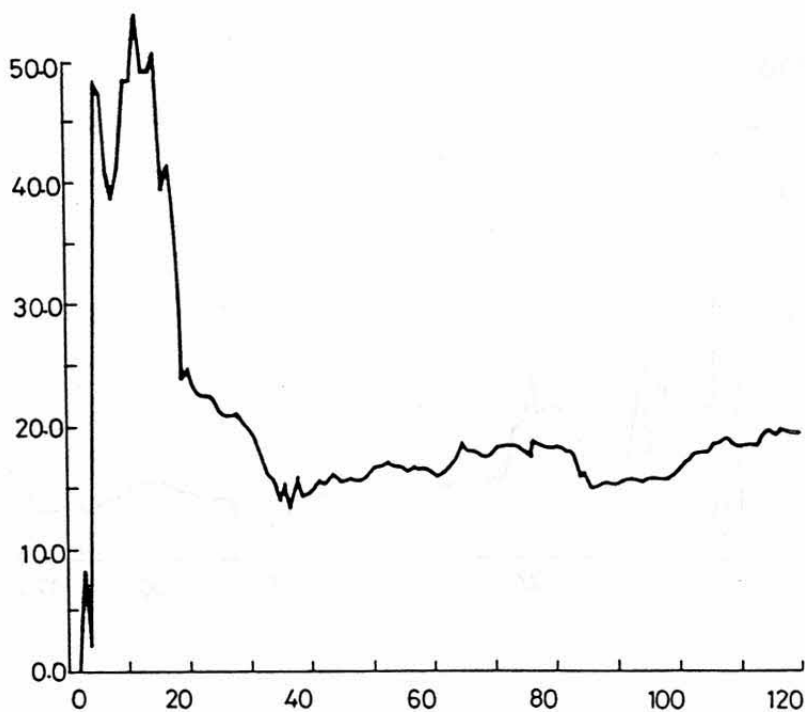
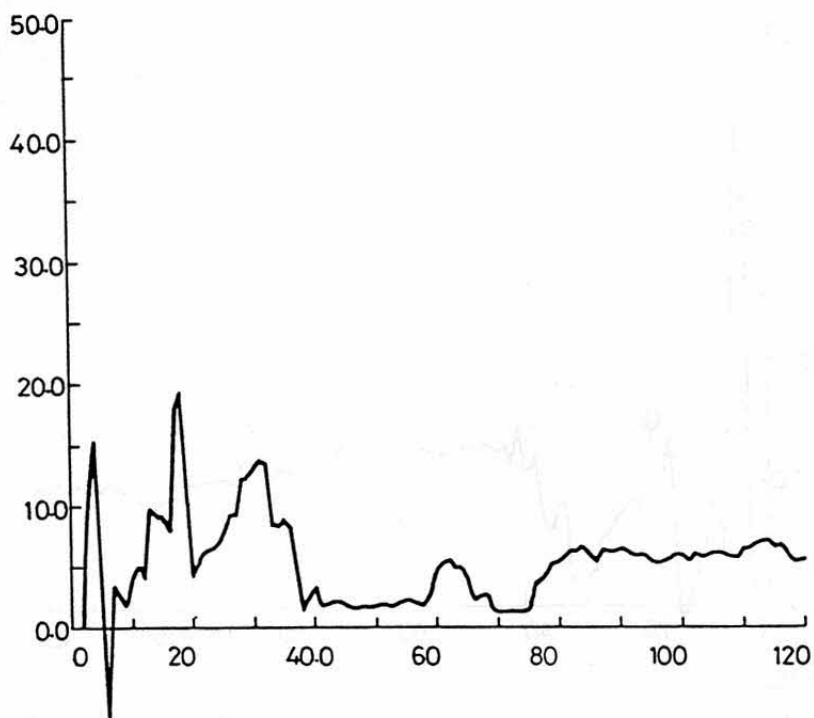
図VI-7の年輪データには、複数の樹木サンプルの値が含まれており、基線補正は施してあるが、それぞれの個体のもつ特有の性質(ここでは、年輪の変動幅)までは、補正されていない。今後、推定値の精度を向上させるためには、各個体間の変動幅の補正をなんらかの方法でおこなって、それで得られ

q の個数	p の個数	2 乗誤差
1	0	10,662
2	0	9,124
3	0	8,721
3	1	6,832
1	1	6,586
2	2	6,389
3	3	7,522

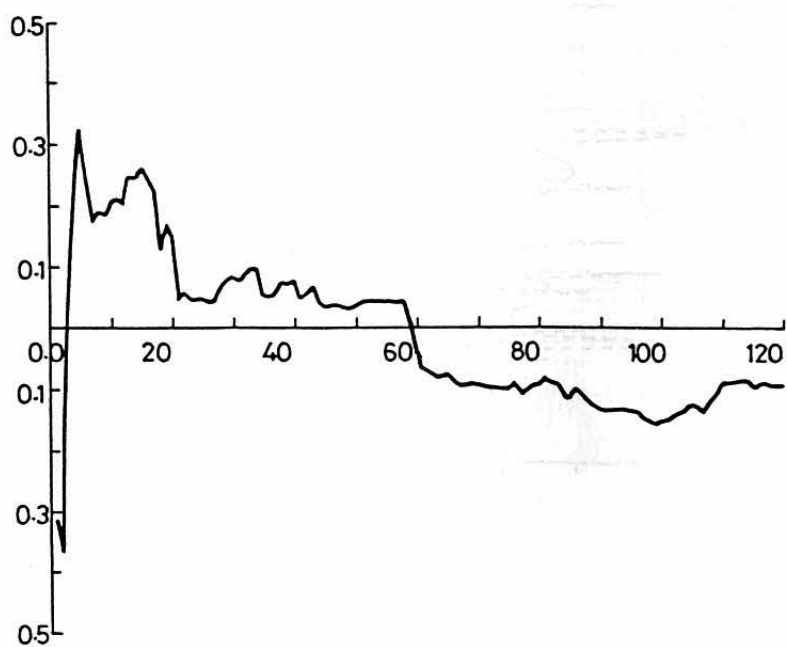
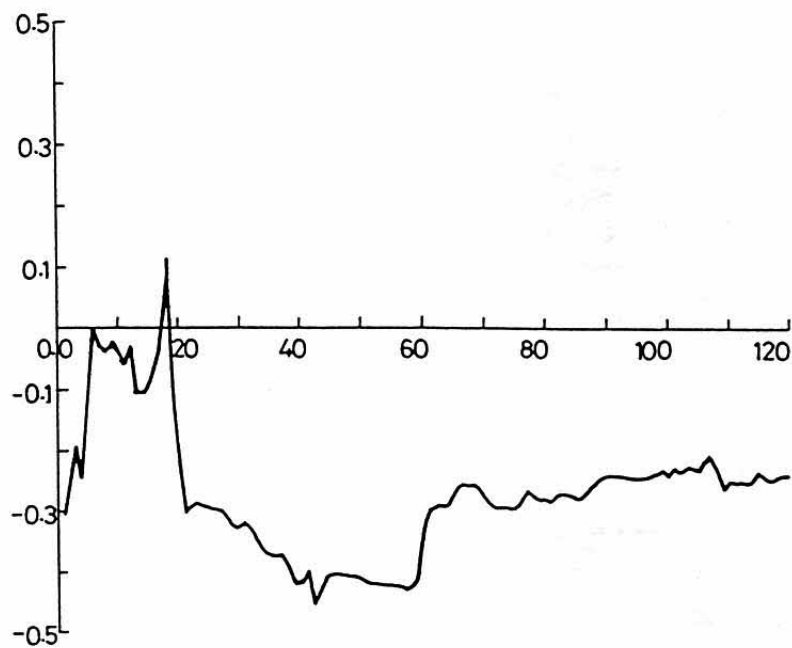
表VI-3 推定降雨日数と実降雨日数との2乗誤差( $p$ 、 $q$ の次数の決定)



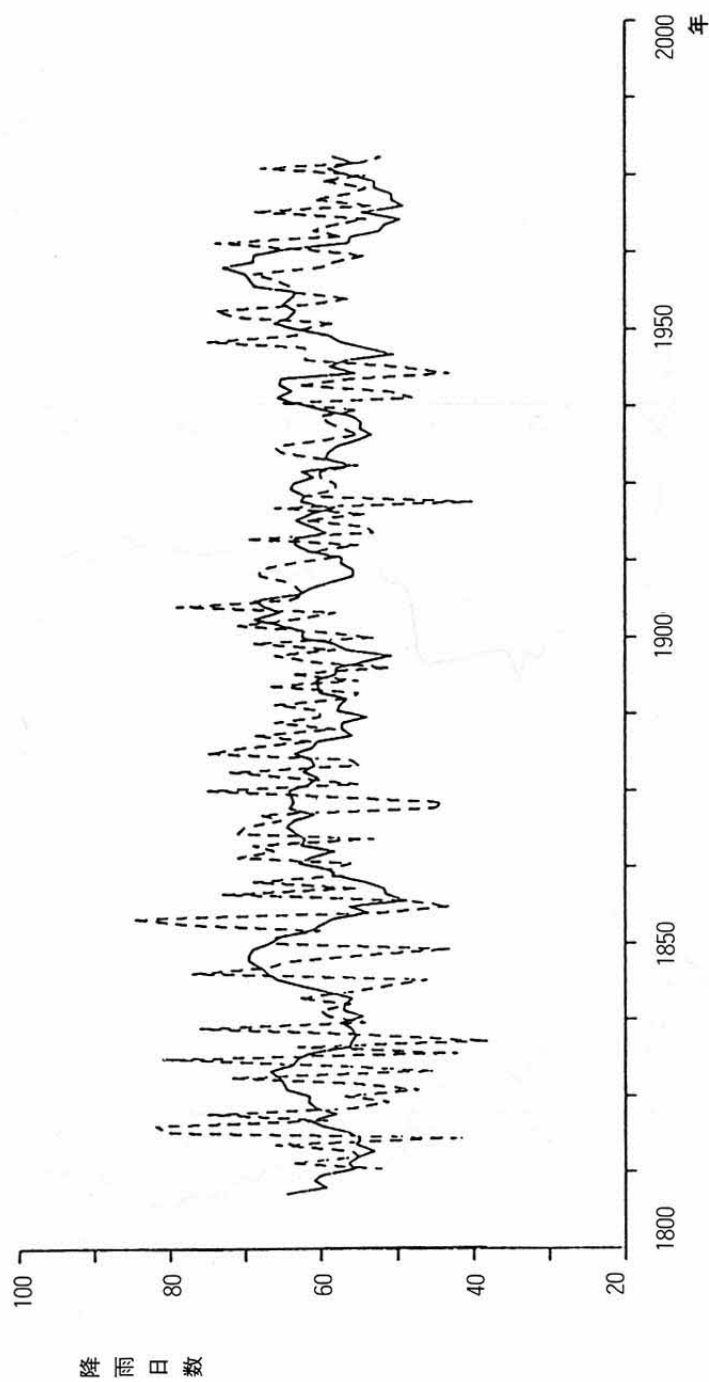
図VI-17a 自己回帰・移動平均過程の係数のカルマンフィルターによる同定過程



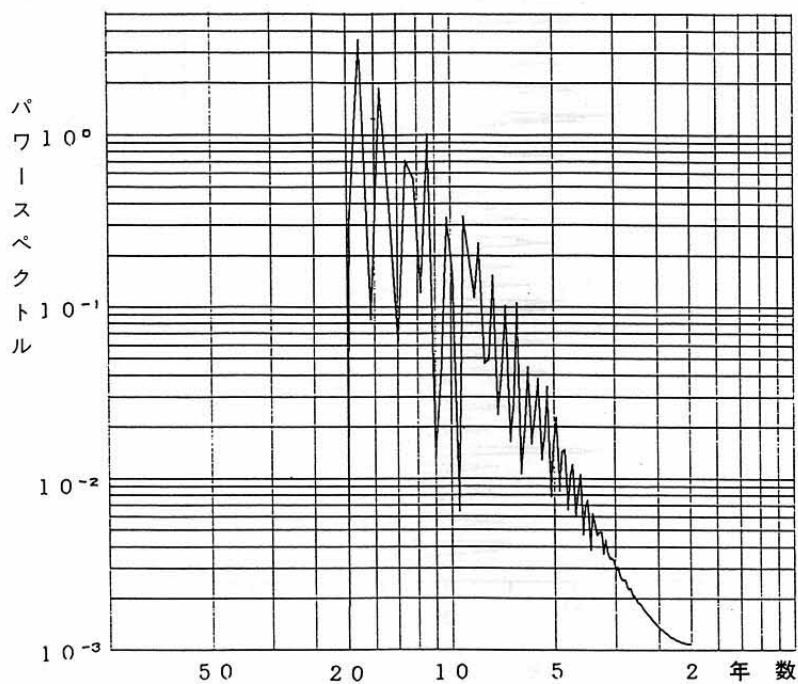
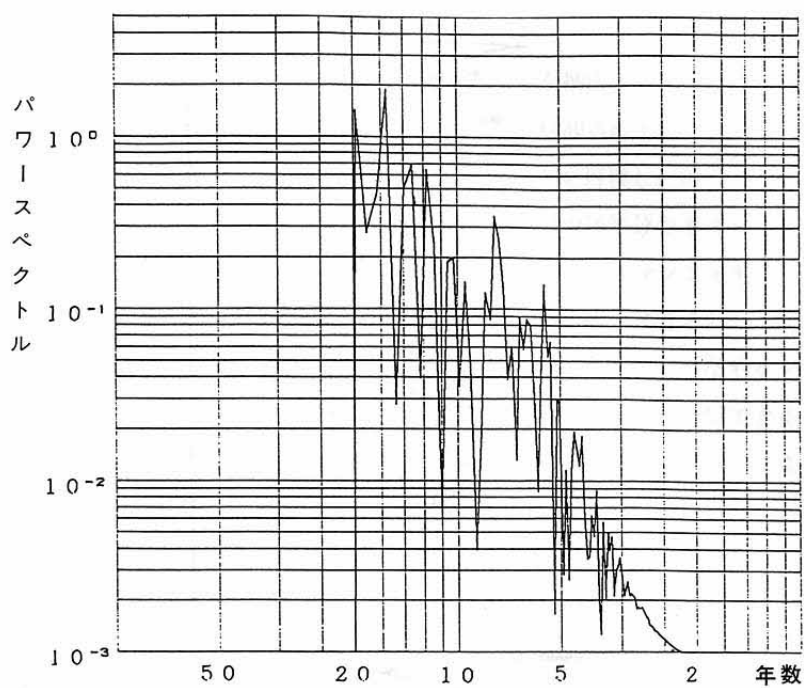
図VI-17b 自己回帰・移動平均過程の係数のカルマンフィルターによる同定過程



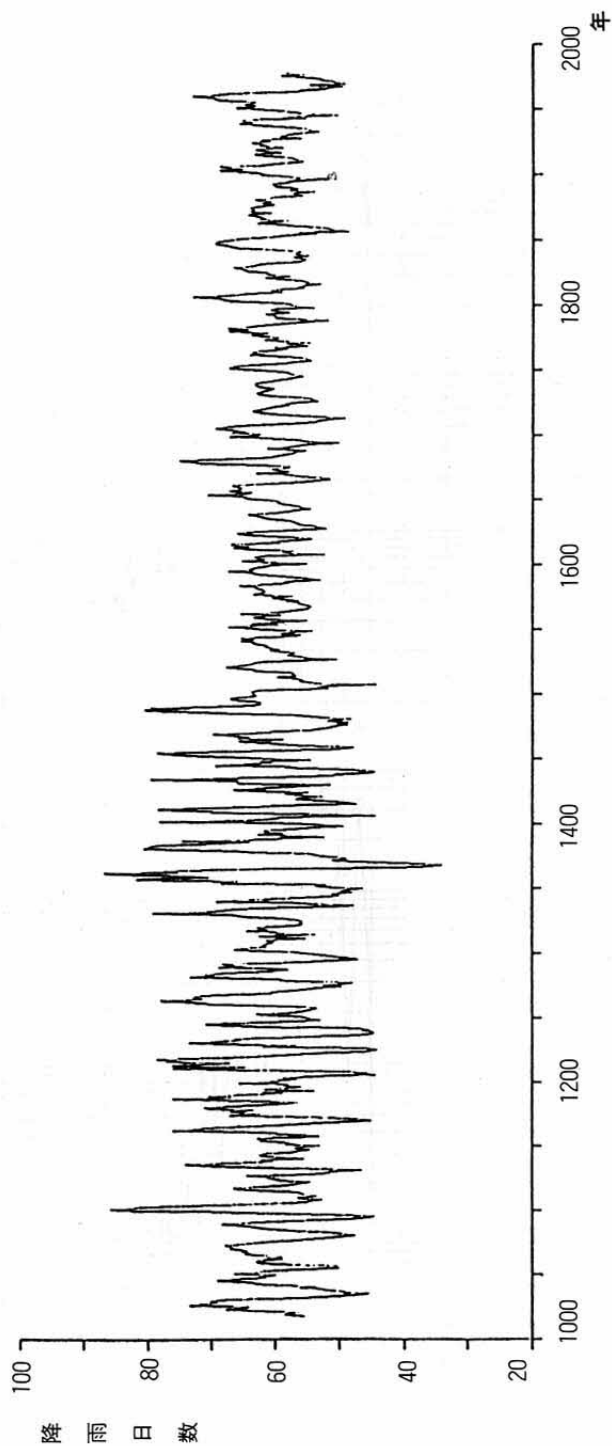
図VI-17c 自己回帰・移動平均過程の係数のカルマンフィルターによる同定過程



図VI-18 年輪幅から推定した降雨日数の変動



図VI-19 推定降雨日数と実降雨日数のパワースペクトル



図VI-20 推定した約1千年間の降雨日数の変動

たデータを用いて降雨日数の推定をすることが望ましい。

## C 小結

本章では、樹木の年輪幅の変動から長期的気候変動特性を抽出するための基礎的な研究を展開した。このために、長野県産の木曽ヒノキ現生木試料30点の年輪データを入手し、また、長野県の気象データとして170年分の降雨日数データを再現し、両者のあいだに成立する関係式を誘導した。さらに、1009年から1984年までの976年分の木曽系のヒノキの年輪データを入手し、降雨日数とのあいだに成立する関係式をカルマンフィルターを利用することによって誘導した。主要な結果を列挙すると、つぎのようになる。

- (1) 木曽ヒノキの現生木試料30点の年輪データには、1840年前後に大きなギャップがあり、ギャップの前後におけるヒノキの成長関係は2つの指数関数で近似できることがわかった。ギャップの平均値は1.03mmであり、採取場所および樹齢の違いによる差異はみられなかった。
- (2) 江戸時代に書かれた『墨翁日記』と『大沼日記』ならびに1889（明治22）年以降の長野地方気象台データをもとにして、170年間の気候データ（降雨日数データ）の再現を試みた。記録の欠落している期間については、1次元自己回帰モデルを用いてデータを結びつけた。得られた170年間の降雨日数のデータは、長野市および木曽福島町の降雨量のデータときわめて良好に対応しており、気候データとして降雨日数データを用いることの妥当性が確認できた。
- (3) 年輪の成長に最も寄与する気候要素を抽出した。このために、年輪と降雨日数、年輪と平均気温についてそれぞれの相関性について検討した。その結果、試料とした木曽系ヒノキにおいては、降雨日数が多くて、気温が上昇しない場合に、年輪の成長率が高いことがわかった。年輪幅データのパワースペクトルと降雨日数データのパワースペクトルを比較した。その結果、6年程度、8年程度、23年程度の共通した卓越周期が存在していることを確認した。このことは、年輪幅データと降雨日数の間により相関があることを意味している。この結果をふまえて、この地方の年輪の成長に寄与する気候要素として、降雨日数を主要因とした解析をおこなった。
- (4) 気候データを入力とし、年輪幅データを出力とするシステムを自己回帰・移動平均過程によって表現した。また、このシステムを用いて、最終的に年輪幅データから降雨日数データを同定するために、相関関数を利用した方法を展開した。降雨日数を良好に再現できたのは、自己回帰モデルの係数3個、移動平均モデルの個数2個の場合であった。同定されたパラメータを用いて、1760年から80年間の降雨日数データを再現

した。

- (5) 976年間の平均的な年輪データに対して、スプライン関数を用いて基線補正をおこなった。この年輪幅データと(2)で求めた降雨日数のあいだに(4)で用いたものと同じ線形システムを仮定した。システム・パラメータの同定は、観測更新アルゴリズムを用いたカルマンフィルターによった。同定過程において、すべてのパラメータは安定的に一定値に収束した。
- (6) 得られたシステム・パラメータを用いて、降雨日数を推定した。観測データが現存する170年間の比較については、概ねよく対応していることがわかった。また、観測データの無い1813年以前のおよそ800年間についても降雨日数を再現した。